Lorentz atommodellje

Az 1902 évi fizikai Nobel-díjjal kitüntetett Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) életéről ma már a legtöbb ember alig tud valamit. A zseniális tudós nevét leggyakrabban a róla elnevezett transzformációs egyenletekkel kapcsolatban szokták említeni, amely a relativitás elméletben kapott fontos szerepet.

Csak kevesen hallottak Lorentz atommodelljéről [1], amely még jóval a kvantummechanika kidolgozása előtt született, és amelynek segítségével logikus magyarázatot nyert két fontos fizikai jelenség.

Az egyik jelenség abban áll, hogy ha egy elektromos rezgőkörben az induktív impedancia megváltoztatásával a rezgési frekvenciát elhangoljuk, akkor a rezgőkörbe épített kondenzátor kapacitása is kis mértékben meg fog változni a lemezek közötti szigetelő réteg dielektromos állandójának megváltozása miatt. [2, 3]

A másik jelenség az, hogy az átlátszó anyagok törésmutatója függ az áthaladó fény hullámhosszától, és ez teszi lehetővé, hogy üveg prizma segítségével a fehér fényt különféle színű komponensekre bontjuk, és ugyanez a jelenség okozza az optikai lencsék kromatikus hibáját is. [2]

Lorentz atommodellje alapján ez a két jelenség egymással összefügg, és magyarázatot nyer. Maga a modell bámulatosan egyszerű, és zseniálisan logikus.

Lorentz szerint az atomokban azonos mennyiségű pozitív +Q és negatív –Q töltés található. Az atom „nyugalmi” állapotában a két töltéscsoport középpontja (súlypontja) a közöttük ható vonzóerő miatt egybe esik, és az atom kifelé semlegesnek mutatkozik.

Statikus E erősségű villamos erőtérbe helyezve az atom belsejében a két töltéscsoportra

$$F_0 = E*Q \tag{1}$$

nagyságú erő hat, amelynek hatására ezek középpontja egymáshoz képest eltolódik oly módon, hogy az eltolódás x mértékével arányos visszahúzó erő tart egyensúlyt a szétválasztó erővel, ahol:

$$F_1 = -k*x = -F_0 \tag{2}$$

Ha a külső erőtér megszűnik, a töltések súlypontjai igyekeznek visszatérni eredeti egyensúlyi állapotukba. Mivel a töltésekhez M tömegek is tartoznak, ezért a visszatérés során rájuk a gyorsulással ellentétes irányú tehetetlenségi tömegerő fog hatni:

$$F_2 = -M*d^2x/dt^2 \tag{3}$$

Newton mozgási törvénye szerint, (2) és (3) alapján:

$$F_1 + F_2 = -(k*\ x + M*d^2x/dt^2) = 0 \tag{4}$$

E differenciálegyenlet megoldása x-re:

$$x = C * e^{\pm j\omega_0 t} \tag{5}$$

ahol:

$$\omega_0 = \sqrt{k/M} \tag{6}$$

és C a kezdeti feltételektől függő állandó.

Ha az atom rezgését semmi nem csillapítaná, akkor folyamatosan rezeghetne ezzel a rezonancia frekvenciával. Mivel azonban Lorentz szerint nem ez történik, fel kell tételezni egy csillapító erő jelenlétét is, amely fékezi a mozgást, és így fejezhető ki:

$$F_3 = -A*dx/dt \tag{7}$$

Tegyük fel, hogy az atom ω körfrekvenciával lüktető villamos térben helyezkedik el, amelynél az erőtér mértéke:

$$E(t) = E_0 * e^{j\omega t} \tag{8}$$

Ebben az esetben az atom rezgése fel fogja venni az ω frekvenciát és a töltéscsoportok mozgását ez az egyenlet fogja leírni:

$$F_1 + F_2 + F_3 + Q*E(t) = 0 \tag{9}$$

A megoldás az x elmozdulásra a következő alakú:

$$x(t) = Z * e^{j\omega t} \tag{10}$$

ahol Z általában komplex szám, hiszen a gerjesztő erőtér és a töltéscsoportok oszcillációja között fáziseltolás lehetséges.

A (9) egyenletet (2) (3) és (7) szerint kifejtve és átrendezve adódik:

$$M*d^2x/dt^2 + A*dx/dt + k*x = Q*E(t) \tag{11}$$

Ebből (8) és (10) behelyettesítésével:

$$Z * e^{j\omega t}\left[-M*\omega^2 + A*j\omega + k\right] = Q*E_0*e^{j\omega t} \tag{12}$$

Az egyenlet mindkét oldalát $M*e^{j\omega t}$ tényezővel elosztva, és a (6) egyenlet behelyettesítésével kapjuk:

$$Z\left[-\omega^2 + A*j\omega/M + \omega_0^2\right] = Q*E_0*e^{j\omega t}/M \tag{13}$$

Ebből adódik a Z komplex amplitúdó, mint az ω körfrekvencia függvénye:

$$Z(\omega) = \frac{Q*E_0*e^{j\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + (A/M)*j\omega} \tag{14}$$

A Z komplex amplitúdó abszolút értéke akkor éri el a maximumot, ha

$$\omega = \omega_0 \tag{15}$$

Ha a villamos erőtérben az atomban a töltéscsoportok súlypontja x mértékben eltolódik, akkor az atom dipólussá válik, és a dipólus momentuma:

$$D = Q*x \tag{16}$$

Ha valamely dielektrikum egységnyi térfogatában N számú atom található, ennek teljes dipólus momentuma:

$$N*D = N*Q*x \tag{17}$$

Oszcilláló villamos erőtérben, ha az x eltérés Z amplitúdóval oszcillál, akkor egységnyi térfogatban a dipólus momentum oszcillációjának amplitúdója a következő lesz:

$$N*D(\omega) = N*Q*Z(\omega) \tag{18}$$

A dielektrikum dielektromos állandója a vákuum ε_0 dielektromos állandójához képest ezzel arányosan fog megnőni, és ezért az ω körfrekvenciától függően meg fog változni annak a kondenzátornak a kapacitása is, amelynek a lemezei között szigetelésként ilyen dielektrikum van. Ezzel a bevezetőben említett első jelenség értelmezhetővé vált.

Ami a hivatkozott második jelenséget illeti, tudjuk, hogy az átlátszó optikai anyagok törésmutatója kapcsolatban van az anyag dielektromos állandójával.

Maxwell egyenletei alapján [4] az elektromágneses hullámok terjedési sebessége valamely közegben a következő:

$$v = \sqrt{1/\varepsilon\mu} \tag{19}$$

ahol ε a közeg dielektromos állandója, és μ a mágneses permeabilitása.

A terjedési sebesség, vagyis a fénysebesség vákuumban:

$$c = \sqrt{1/\varepsilon_0\mu_0} \tag{20}$$

ahol ε_0 és μ_0 ugyanezek a paraméterek vákuumra.

Valamely optikai anyag törésmutatója ezek alapján:

$$n = c/v = \sqrt{\varepsilon\mu/\varepsilon_0\mu_0} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \tag{21}$$

ahol ε_r és μ_r a közeg relatív dielektromos állandója és mágneses permeabilitása.

Lorentz szerint az atomok ω_0 rezonancia frekvenciája nagyon magas a látható fény frekvenciáihoz képest, vagyis

$$\omega_0 \gg \omega \tag{22}$$

és ezért a fény hullámhosszának rövidülésével, vagyis az ω körfrekvencia növelésével a (14) szerinti $Z(\omega)$ amplitúdó, és ezzel a (21) szerint az optikai anyag n törésmutatója is növekedni fog [2]. Más szóval: üveg, víz, vagy egyéb átlátszó anyag törésmutatója kék fény esetén nagyobb, mint vörös fénynél.

Ezzel a bevezetőben másodikként említett jelenség is logikus magyarázatot nyer.

Fontos hangsúlyozni, hogy amikor Lorentz az elméletét kidolgozta, még szó sem volt sem kvantummechanikáról, sem relativitáselméletről, ezért az elmélet kizárólag a klasszikus fizikára épült.

És éppen ez mutatja Lorentz páratlan zsenialitását.

Dr. Héjjas István

IRODALOM

[1] Vészits Ferencné: *A Nobel-díjasok kislexikona*, Gondolat, 1974.
[2] Allen Nussbaum, Richard Phillips: *Modern optika mérnököknek és kutatóknak*, Műszaki Könyvkiadó, 1982.
[3] Simonyi Károly: *A fizika kultúrtörténete*, Gondolat, 1978.
[4] B. M. Javorszkij, A. A. Detlaf: *Fizikai zsebkönyv*, Műszaki Könyvkiadó, 1974.